<> MECÁNICA ELEMENTAL DE LA ASTRONÁUTICA.

Índice de este Apartado:

> CINEMÁTICA PLANETARIA.

Dejando a un lado la historia de los modelos cosmogónicos anteriores a los hombres que cimentaron la actual astronomía, cabe citar como científicos fijadores de las bases de la mecánica elemental astronáutica a Nicolás Copernico, Juan Keppler e Isaac Newton.

A muy grandes rasgos, conociendo la elementalísima base de que la Tierra es una esfera y que como ella había otras muchas de mayor o menor tamaño, muy separadas, moviéndose en un espacio increíblemente grande, con nada por medio, sin atmósfera, etc, esos hombres citados antes trazaron una primera explicación verídica de los factores que constituyen y rigen nuestro mundo inmediato.

Lógicamente es elemental saber los caracteres principales que condicionan un medio en el que nos deseamos desenvolver. Precisamos pues saber ante todo los movimientos y leyes que rigen los mundos que queremos visitar y el nuestro, del que partimos.

Esos factores que condicionan nuestro viaje más allá de nuestro planeta son la situación o posición en que nos hallamos en un momento dado respecto al planeta u objeto que deseamos visitar y también la posición de éste respecto a nuestro planeta, así como las influencias de otros cuerpos y los entes que actúan en la circunstancia del caso. Es decir, las leyes del movimiento y la ley de gravitación, condiciones éstas de todo proceder astronáutico en cualquier momento.

Las leyes fundamentales que rigen el movimiento de los planetas, satélites, etc, fueron enunciadas casi 400 años antes de la era espacial por Johannes Keppler (Weil 1571, Ratisbona 1630), matemático y astrónomo alemán, discípulo del astrónomo danés Tycho Brahe. Keppler desarrolló 3 importantes leyes que concretaban y daban matemática explicación a los movimientos planetarios.

Este era un segundo paso dado en la historia realmente verídica o práctica de la mecánica celeste, luego de la exacta afirmación de Nicolás Copernico (1473-1543) de que los planetas giraban en torno al Sol y no alrededor de la Tierra.

Las tres leyes de Keppler son:

1.-Cada planeta gira alrededor del Sol en una órbita elíptica. En la elipse trazada por cada cual, el Sol es uno de los focos mientras que el otro foco está en el espacio.

Efectivamente los planetas todos ellos se mueven en el espacio en órbitas elípticas, aunque de poca excentricidad. Además, hecho a señalar, todos los planetas a excepción de Mercurio y Plutón, se mueven prácticamente en órbitas inscritas en el mismo plano; los dos citados cuerpos giran en planos ligeramente inclinados respecto al común de los demás. Otro punto interesante es que todos los planetas se mueven alrededor del Sol en el mismo sentido. Otros movimientos de los planetas, o sus satélites, que a su tiempo veremos, son los de su propia rotación, etc.

2.-La segunda ley dice que el radio que une el centro del Sol con el centro del planeta barre áreas iguales en tiempos iguales. Es decir, las áreas trazadas son proporcionales al tiempo empleado en recorrer esa porción de trayectoria que circunscribe tales áreas. Ello viene a indicar también que el planeta tiene mayor velocidad en el perihelio (distancia mínima del planeta al Sol) que en el afelio (distancia máxima del planeta al Sol) ya que recorre en esa distancia mínima más espacio que en la máxima en igualdad de tiempo. El caso es también válido para los satélites que giran en torno a los planetas, incluidos los artificiales.

Esta ley de denomina "ley de áreas iguales".

3.-Los cuadrados de los tiempos empleados en recorrer las órbitas de dos planetas o satélites son proporcionales a los cubos de las distancias medias de los planetas al Sol (o satélites al planeta).

La relación está expresada en la fórmula $(T/t)^2 = (D/d)^3$ donde (t) es el tiempo empleado por el planeta, cuya distancia media al Sol es (d), en recorrer una órbita completa; y (T) es el tiempo de otro planeta, cuya distancia media es (D), en recorrer su órbita.

A partir de estas tres leyes, ya se pueden deducir los movimientos y distancias de los planetas así como de otros cuerpos celestes, en cuanto se refiere a sus principales singladuras.

> GRAVITACIÓN

Tomando por base las leyes de Keppler ya se podía deducir la ley de gravitación. No obstante, ésta no sería descubierta hasta más de tres cuartos de siglo después por el matemático, físico y astrónomo inglés Isaac Newton; nacido en Wolsthorpe el 25 de diciembre de 1642 y fallecido en Kensington, Londres, 20 de mayo de 1727. El enunciado de dicha ley junto a otras se efectúa en 1687 en la obra de Newton denominada PHILOSOPHIAE NATURALIS PRINCIPIA MATHEMATICA.

La Tierra atrae a todos los cuerpos que se hallan sobre su superficie con una fuerza tal que impide que puedan escapar. Esa fuerza con que la Tierra atrae a un cuerpo está en razón directa de la masa de éste y es lo que se llama fuerza de gravedad, aunque el término no sea muy exacto. En realidad, a nuestros efectos, la Ley de la Gravitación de Newton nos resulta válida a pesar de que es la einsteniana la que explica más fenómenos al respecto (como el perihelio de Mercurio o la curvatura de la luz –que no tiene masa- en su trayecto cercano a cuerpos de gran masa cuando se supone que no debería estar afectada y debería ir en línea recta).

Un cuerpo A es más pesado que otro B porque el primero tiene mayor masa que el segundo y es por consiguiente atraído por la Tierra con mayor fuerza. Esto puede dar una ligera idea de la gravitación, aunque la realidad es que existe una interrelación de mutua atracción entre los cuerpos pero dada la enormidad de la Tierra su masa a los efectos es todo.

Newton enunció su ley de gravitación universal sobre la base de las leyes de Keppler y luego de deducir que el Sol atraía a un planeta con una fuerza que está en razón directa al producto de sus masas y en razón inversa al cuadrado de la distancia que los separa. Generalizando dijo: *un cuerpo, o partícula, atrae a otro con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente al cuadrado de la distancia que hay entre ambos.*

Es decir, a mayor masa más atracción y a mayor distancia menos, y viceversa.

Es entonces por esta ley por donde se comprende porque es el Sol quien atrae a la Tierra y al revés, debido a que la masa solar es infinitamente mayor y por tanto solo se deja sentir su campo. Lo propio ocurre con una persona u objeto cualquiera respecto a la Tierra. La masa de una persona resulta prácticamente nula respecto a la terrestre y de ahí que solo sea la Tierra quien atraiga a la persona. Naturalmente dicha persona o cuerpo cuando más alejado se halle del centro del planeta tanto menos pesará; es decir, el ente será atraído según la ley de Newton con menor fuerza.

Las líneas de atracción se dirigen siempre hacia el centro de gravedad de la Tierra, o planeta o cuerpo de que se trate.

La ley de gravitación universal es dada por la fórmula $F = -(m \times M/(R^2)) \times f$

donde (F) es la fuerza con que el cuerpo cuya masa es (M) atrae a otro de masa (m), estando ambos separados por una distancia (R). El signo negativo viene dado por la circunstancia de que la atracción de la masa (m) es opuesta a la de (M) en la misma dirección. En cuanto a (f) es un valor constante llamado *constante de gravitación* (también se expresa por la letra G); el valor exacto de dicha constante no fue dado a conocer hasta fines del siglo XVIII por Cavendish.

Dicho valor es el siguiente $-f=K=6{,}67 \times 10^{-11}$ Newton x m^2/Kg^3

En 1687, a la vez que enunciaba la ley de gravitación, Newton formulaba sus tres leyes del movimiento, otra de las bases de la mecánica no solo espacial.

La primera ley, llamada de conservación del movimiento o principio de inercia dice que un cuerpo permanece constante en su estado de movimiento si no actúa fuerza alguna sobre él.

La segunda ley es el principio fundamental de la dinámica y dice que la variación del cambio de movimiento de un cuerpo es proporcional a la fuerza que actúa sobre él, tomando la misma dirección que la fuerza actuante.

Se resume este principio en la fórmula que sigue $F=m \times a$ donde (F) es la fuerza o fuerzas, (M) la masa del cuerpo y (a) la aceleración. Tal fuerza (F) se expresa en la unidad Newton y se dice que 1 Newton es la fuerza que acelera a 1 m/seg y a cada segundo 1 Kg de masa.

Por último, la tercera ley llamada de acción y reacción dice: "A toda acción corresponde una reacción". Esta ley será tratada más adelante en el capítulo de cohetes.

Si en la fórmula anterior de la ley de gravedad $F = -(m \times M/(R^2)) \times f$ sustituimos a (F) por su valor de la segunda ley de dinámica, considerando $-f=K$ y sabiendo que la aceleración (a) es en esta caso la gravedad (g) quedará $m \times g=K \times (m \times M/(R^2))$ de donde queda $\mathbf{g=K \times (M/(R^2))}$, fórmula en la que (g) es, como queda indicado, el valor de la aceleración debida a la gravedad creada por el campo de un cuerpo de masa (M). (K) es la constante de gravitación cuyo valor ya fue apuntado anteriormente y (R) representa el radio del planeta o del cuerpo de masa (M).

Otro valor de conversión es $K=6{,}67 \times 10^{-8}$ (dinas x cm^2)/gr^2.

En el caso de nuestro planeta la gravedad acelera un cuerpo provocando una caída en la que recorre 9,81 m/seg y a cada segundo a nivel de superficie de mar (por término medio); o sea, $g=9{,}81$ m/seg^{-2}, o más exactamente 9,80665.

A una altura dada, el valor de la aceleración decrece en proporción inversa al cuadrado de la distancia al centro del planeta. Se dice pues que

$$\boxed{g=g_1 \times \frac{R^2}{(R+h)^2}}$$

donde (g) es el valor de la gravedad a una altura (h) de un planeta o su satélite donde la gravedad a nivel de superficie media es (g_1) y el radio medio es (R).

Este valor de la gravedad terrestre a nivel del mar se abrevia y considera como 1 g. Así 2 g son 19,62 $m \times seg^2$. En cambio en la Luna la gravedad es de solo 1,6 $m \times seg^{-2}$ puesto que la masa lunar es solo 1/81 la de la Tierra.

Hay que añadir sin embargo, que los valores citados no son constantes en toda la superficie del planeta o astro pues, como queda dicho, el valor depende de la distancia al centro del cuerpo celeste. Es decir, el valor (g) disminuye con al altura por lo cual en una región montañosa será un poco menor que en una playa. Con la latitud también varía dicho valor debido a que en el ecuador el radio es mayor que en los polos, al no ser la Tierra una esfera perfecta.

En el concreto caso de la Tierra y los planetas en general el movimiento de rotación sobre su eje hace que el valor de la gravedad también disminuya un poco en la medida de esa velocidad de rotación, creadora de una fuerza centrífuga. Este efecto tiene prácticamente su poder solo en el ecuador, puesto que es la parte que gira más notablemente; no así en los polos. En realidad, este efecto no es muy apreciable en nuestro planeta pues la velocidad de rotación no es tan considerable.

Si la Tierra girara muy rápidamente, lo suficiente como para que la aceleración centrífuga igualara a la aceleración debida a la gravedad, los cuerpos situados en la superficie así como la atmósfera quedarían sin peso y se escaparían del planeta al menor impulso. Para que esto sucediera la Tierra tendría que girar a razón de dos vueltas cada tres horas, o un giro en hora y media, o 16 vueltas en un día actual; esta aceleración sería suficiente para contrarrestar a nivel de superficie la aceleración gravitatoria.

La importancia de los movimientos de los cuerpos celestes y la aceleración de la gravedad son pues puntos básicos que condicionan las aspiraciones del hombre en la navegación espacial.

> VELOCIDAD ORBITAL

El primer paso en las rutas astronáuticas es la satelización, la única forma de mantenerse en el espacio cercano o inmediato a la Tierra, fuera de la atmósfera, por un tiempo considerable con un gasto mínimo.

La satelización consiste en dotar a un cuerpo de una velocidad suficiente para que gire alrededor libremente de un planeta u otro cuerpo cósmico.

Precisa, en fin, el cuerpo para mantenerse en órbita en torno a un planeta por ejemplo, que las dos fuerzas que actúan sobre él se nivelen. Estas dos fuerzas son la aceleración debida a la gravedad del planeta (aceleración centrípeta), cuyo valor será directo a la masa del planeta e inverso a la distancia al centro del mismo y de fórmula $(M_x V\^2)/R$, y la aceleración centrífuga, opuesta y surgida como consecuencia de la rotación del cuerpo alrededor del planeta.

Queda pues claro que el primer logro efectivo astronáutico es la satelización, primera llegada efectiva al espacio. Las tres condiciones que debe reunir todo satélite fueron incluso deducidas por Newton y son: girar por encima de la atmósfera práctica del planeta; darle el empuje suficiente en la posición necesaria; y comunicarle la velocidad precisa para esa altura a alcanzar.

Para averiguar la velocidad orbital es preciso conocer el valor de la gravedad en el planeta sobre el que queremos girar.

La velocidad orbital también se le denomina *primera velocidad cósmica.*

En el momento en que un cuerpo alcanza esa velocidad no es preciso ya gastar más energía para que se mantenga en órbita. Ello es así porque su velocidad se mantendrá constante al existir un equilibrio entre la aceleración gravitatoria del planeta que atrae al cuerpo y la aceleración centrífuga que tiende a alejar al cuerpo del planeta en igual magnitud pero en sentido opuesto. El resultado de estos dos vectores es lo que permite al satélite permanecer en órbita.

En la velocidad previa a alcanzar cuenta por supuesto la masa del futuro satélite que actúa en proporción inversa; a más peso más impulso, o también a más peso menor altura para igual velocidad. Pero la velocidad de sustentación del satélite en órbita está en función de la altura a que deba girar. Es por tanto la velocidad orbital directamente proporcional al valor de la gravedad e inversamente a la distancia de la trayectoria orbital al centro del planeta o cuerpo celeste a considerar.

El valor de esa velocidad de satelización se obtiene a partir de la fórmula dada de la aceleración centrípeta $a=(V\^2)/R$ donde (a) es la aceleración que en esta ocasión podemos llamar (g) pues es la debida a la gravedad, (V) es la velocidad, y (R) es la distancia del satélite al centro del planeta y es llamada también radio de la órbita; comprende esta última el radio del planeta más la altura del cuerpo en órbita sobre la superficie del repetido planeta.

La fórmula de la velocidad orbital (V), derivada de la anterior, considerando como se dice que (a) es (g) como valor de la aceleración debida a la gravedad en la distancia (R), es pues

$$\boxed{\mathbf{V=\sqrt{g_x R}} \quad \text{o también} \quad Vo=\sqrt{g_x R}}$$

Si el planeta a considerar es la Tierra, la velocidad de satelización de un cuerpo, teniendo en cuenta que $g=9{,}81\ m_x(seg\^(-2))$ y el radio de la Tierra por término medio es de unos 6.368 Km (el radio ecuatorial es 6.378,164 Km y el polar 6.356,779), será, aplicando valores en la fórmula anterior y redondeando V=7.904 m/seg, o lo que es igual 28.454 Km/hora.

Esta es teóricamente la primera velocidad cósmica para orbitar la Tierra. Sin embargo, en realidad, esta satelización es en la práctica imposible ya que incluso suponiendo que los accidentes geográficos, como montañas, etc, no impidieran girar al satélite (recuérdese que se tomó el radio de la Tierra como distancia), a semejante velocidad el cuerpo se desintegraría en un instante debido a las fricciones aerodinámicas.

Es por ello por lo cual la puesta en órbita alrededor de la Tierra, o sea la satelización, de un cuerpo ha de tener lugar forzosamente sobre una altura donde la densidad atmosférica sea prácticamente nula. Esto último tiene efecto a una altitud de por lo menos 180 Km. A tal nivel sobre la superficie terrestre los gases atmosféricos ya no ofrecen mayor resistencia y por tanto las fricciones con las paredes del satélite son de muy poco alcance, aunque como luego veremos no son despreciables ni mucho menos.

El factor atmósfera a la hora de que un cuerpo gire alrededor de un planeta que posea una acusada envoltura gaseosa condiciona la altura mínima a que quiera girar, dependiendo claro está de la extensión atmosférica, distinta para cada caso.

Las fricciones aerodinámicas son uno de los problemas más importantes no solo de la astronáutica sino de la aeronáutica y otras muchas materias. Cuando un cuerpo atraviesa a gran velocidad cualquier envoltura gaseosa cuya densidad sea apreciable, las moléculas de los gases rozan oponiéndose a las paredes del cuerpo produciendo un calentamiento que está en razón directa a esa velocidad, llegando a quemar totalmente el cuerpo en caso último; este efecto es llamado desintegración. A la vez, los gases obran frenando la velocidad del cuerpo. Si la trayectoria orbital que recorre el cuerpo satelizado se sitúa en la región atmosférica donde la densidad es tan tenue que el rozamiento con las escasas moléculas es inapreciable, entonces no existirá fricción ni frenado alguno y el satélite orbitará con entera libertad.

En la Luna por ejemplo, sí se podría girar en órbita a muy baja altura ya que no posee atmósfera. Naturalmente girar a ras de suelo es imposible dado que la superficie no solo en el caso lunar sino en cualquier cuerpo celeste sin atmósfera, no es completamente llana y tiene por supuesto notables accidentes geográficos.

Para hallar la velocidad orbital de un satélite a una altura sobre la superficie del planeta hay que considerar, además de esa altura, el valor de la gravedad en esa distancia; recuérdese que la gravedad disminuye proporcionalmente a esa altura.

La aceleración debida a la gravedad (g) a una altura (h) será pues g=Gx(r/R)^2 donde (r) es el radio del planeta; (R) es el radio del planeta más al altura (h) por lo que h=R-r; el factor (G) es el valor medio de la gravedad en la superficie del planeta.

Si llevamos ahora el valor de (g) de esta la fórmula a la expresión citada con anterioridad de la velocidad orbital (igual a raíz de (g) por (R)), quedará una fórmula en la que sustituimos V por V1 para distinguirla en consideración de que se trata de la primera velocidad cósmica:

$$V1=\sqrt{G\times\frac{r^2}{R^2}\times R}=\sqrt{G\times\frac{r^2}{R}}\ \text{por tanto}\ V1=\sqrt{G\times\frac{r^2}{R}}\ \text{o bien}\ \mathbf{V1=r\times\sqrt{G/R}}$$

Otra expresión puede ser $\mathbf{V_1=(r/R)\times\sqrt{G\times R}}$. Estas fórmulas vienen a sintetizar todo lo expuesto anteriormente.

Esta importante fórmula permite pues conocer la velocidad de un satélite para una altura dada, o también la velocidad que es preciso imprimirle para que gire en una altura deseada.

Tal fórmula puede modificarse aun más si tenemos presente que raíz de (G) por (r) es también la velocidad teórica (Vo) que tendría un satélite en una órbita de radio igual al del planeta. Sustituyendo valores quedaría que

$$V_1=Vo\times\sqrt{r/R}$$

Tanto esta fórmula como las anteriores son válidas para cualquier planeta o satélite natural de éste.

Se puede apreciar en las fórmulas que la velocidad orbital es tanto menor cuanto más alto o lejos del centro del planeta gire el satélite por las razones que ya han sido apuntadas.

El valor de la gravedad disminuye con la altura en efecto y por tanto la fuerza centrípeta será más pequeña; en consecuencia la disminución de esos dos factores determina una velocidad inferior.

Dicho de otro modo, la velocidad orbital es directamente proporcional a la masa y radio del planeta e inversa a la altura sobre la superficie del planeta a que gira el satélite. Ahora bien, hay que considerar que tomamos una altura constante lo cual determina la llamada velocidad orbital circular. Una órbita es circular cuando la altura del satélite sobre el nivel medio de la superficie del planeta que órbita es constante. Pero puede darse el caso de que la órbita no sea circular, caso en el que las fórmulas dadas dejaran de ser válidas.

La órbita no será circular cuando la altura no sea constante, como de hecho es en casi todos los casos reales, y tendrá por tanto una distancia mínima y otra máxima. Entonces la trayectoria trazada será una elipse que tendrá el centro del planeta por uno de los focos.

Se explica la ruta trazada por un satélite en órbita elíptica si suponemos que partiendo de una órbita circular le es aumentada la velocidad en un punto de la misma en la medida insuficiente como para que pudiera librarse del campo de gravedad en que se hallase. Entonces el satélite ascenderá, disminuyendo la velocidad en el nuevo recorrido, hasta una cota determinada de equilibrio. Luego el cuerpo volverá a bajar a la cota anterior media vuelta después, quedando ya en una órbita con una distancia máxima y otra mínima, es decir, en órbita elíptica.

En este caso, la velocidad del satélite en un punto de la elipse que dista del centro del planeta una longitud (R) será

$$\boxed{Ve=\sqrt{G\times((r^2)/R)\times(2-(R/a))}}$$

donde (Ve) es la velocidad; (G) es el valor de la aceleración debida a la gravedad en la superficie del planeta; (r) es el radio del planeta; (R) es la distancia ya indicada; y (a) es el semieje mayor de la elipse que se determina en este caso simplemente dividiendo por dos la suma de las distancias mínima y máxima del satélite al centro del planeta.

La fórmula también se puede expresar así

$$\boxed{Ve=V1\times\sqrt{2-(R/r)} \text{ ya que } V1=\sqrt{G\times(r^2)/R}}$$

(V1) sería pues la velocidad orbital del satélite para igual altura en el supuesto de tratarse de una órbita circular.

Si a la distancia mínima del satélite en órbita al centro del planeta la llamamos (R1) y a la distancia máxima (R2), y por tanto R2>R1, la velocidad en esos dos puntos de la órbita elíptica será

$Ve'=V1'\times\sqrt{2-(R1/a)}$ para la distancia mínima, o

también $Ve'=\sqrt{G\times((r^2)/R1)\times(2-(R1/a))}$ y

$Ve''=V1''\times\sqrt{2-(R2/a)}$ para la distancia máxima,

o bien $Ve''=\sqrt{G\times((r^2)/R2)\times(2-(R2/a))}$

Así pues (V1'), será la velocidad orbital circular en relación a (R1), y (V1") lo será en relación a (R2).

Considerando la razón antes expuesta de que a mayor altura menor es la velocidad se puede ahora también advertir que en una órbita elíptica la velocidad será mayor al alcanzar la distancia mínima que cuando el cuerpo se halla en la distancia máxima. Y esa diferencia será tanto mayor cuanto más grande sea la distancia máxima en relación a la mínima.

Partiendo de que R1<R2, será (r^2)/R1 > r^2/R2 y R1/a < R2/a y por tanto
2-(R1/a) > 2-(R2/a) y en consecuencia

$$\sqrt{G\times((r^2)/R1)\times(2-(R1/a))} > \sqrt{G\times((r^2)/R2)\times(2-(R2/a))}$$

de donde queda que Ve'>Ve", es decir la velocidad en el punto más cercano es mayor que en el más alejado y queda así demostrado matemáticamente.

La velocidad media de un satélite en órbita elíptica sería la correspondiente a una órbita circular de radio igual al semieje mayor de la elipse (a); o sea R=a.

$$\boxed{Ve=r\times\sqrt{G\times((2/R)-(1/a))} \text{ o también } Ve=r\times\sqrt{G/a}}$$

que es efectivamente la velocidad para una órbita circular de radio (a).

Como se decía antes con una velocidad mayor a la necesaria para una altura dada de órbita circular, el satélite ascendería para describir una órbita elíptica de mayor distancia, o apogeo en el caso de la Tierra, a la supuesta altura de la órbita circular. En realidad, la órbita circular es solo un caso particular de las posibles órbitas elípticas, es decir, cuando coincide que R1=R2 o también cuando en la fórmula general (V) igual a raíz de (Gx(r^2)/R)x(2-(R/a)) resulta que (R) sea igual a (a).

Para las órbitas elípticas existe una relación entre la velocidad en el apogeo, distancia mayor, y la del perigeo, distancia menor, y es:

$$\frac{\text{Velocidad perigeo}}{\text{Velocidad apogeo}} = \frac{1+e}{1-e}$$

donde (e) representa la excentricidad de la órbita.

Para e=0 es una órbita circular. Para e<1 es una trayectoria elíptica. Para e>1 es una curva hiperbólica; y para e=1 es una parábola.

He aquí ahora unos ejemplos de velocidades orbitales circulares de un satélite para diversas alturas en nuestro planeta y tiempo de rotación de una órbita:

ALTURA EN KM	VELOCIDAD EN M/SEG	TIEMPO EN HORAS	Y MINUTOS
200	7.782	1	28
500	7.610	1	35
1.000	7.347	1	45

Se acompaña en páginas aparte una tabla con más datos y de mayor precisión.

También puede darse otro tipo de relaciones que dan idea de las magnitudes que nos ocupan, en razón a una distancia medida en radios terrestres (altura), expresando la velocidad en Km/seg y las horas que se emplearon en cubrir una órbita de tal magnitud.

Radios terrestres (Altura)	0,5	1	2	3	4	5	5,6
Velocidad (Km/seg) . . .	6,4	5,6	4,5	4	3,5	3,2	3
Tiempo (Horas)	2,6	4	7,3	11,3	15,8	20,7	24

Estas son pues algunas velocidades orbitales en razón a las alturas dadas.

Al tiempo que tarda el satélite en completar una vuelta al planeta se le denomina período orbital o de rotación. El período de una órbita esta igualmente en razón directa a la altura por cuanto que el satélite a mayores alturas ha de completar un mayor recorrido con menor velocidad.

En resumen, un satélite tarda más en dar una vuelta cuanto más alto gire. Así ocurre en nuestro planeta que en un satélite situado a una altura de 35.770 Km en órbita circular da una vuelta en el mismo tiempo que la Tierra, o sea, 23 horas 56 min (un día) por lo que para un observador terrestre el satélite aparecerá estático a una misma altura sobre el horizonte, o vertical, dependiendo de la inclinación o ángulo que forma el plano de la órbita con el plano del ecuador del planeta.

Cuando se trata de órbitas elípticas las magnitudes tiempo y velocidad quedan alteradas. Si suponemos dos satélites, uno recorriendo una órbita circular a una altura (h) y otro en órbita elíptica cuya distancia mínima es (h), en el momento en que el segundo alcanza la distancia (h) su velocidad no es igual a la del primer satélite. Mientras el cuerpo en órbita circular mantiene una velocidad constante, el de la órbita elíptica alcanzará en ese punto de igual altura más velocidad en razón directa de la distancia (h) a la longitud máxima alcanzada en la órbita. En órbita elíptica, después de que el satélite alcance el punto de máximo alejamiento comienza a ser acelerado por la gravedad del planeta alrededor del cual gira, en razón directa a su acercamiento, hasta que alcanza el punto más cercano. Es a partir de entonces cuando al alejarse del planeta, éste comienza a frenar, por deceleración, el ascenso. Luego, alcanza otra vez el punto más alejado con una velocidad mucho menor que la obtenida a su paso por la distancia mínima, debido al citado frenado. Después, el satélite vuelve acercarse nuevamente al planeta repitiendo el recorrido y así sucesivamente.

Supongamos ahora otros dos satélites, uno recorriendo una órbita circular en una altura (d) y otro en órbita elíptica cuya máxima altura alcanza precisamente en la distancia (d). En este caso la velocidad del satélite de órbita circular será mayor que la alcanzada por el satélite de órbita elíptica en el punto de altura (d), por las razones ya alegadas anteriormente que invierten en este caso el resultado.

En realidad, todo esto no es otra cosa que la aplicación de la primera ley de Keppler, al caso presente.

El tiempo o período que tarda en recorrer una órbita puede calcularse conociendo la altura de la órbita, y también por tanto su velocidad, mediante la fórmula que sigue

$$T=(2 \times \pi \times R)/(r \times \sqrt{G/r}) \quad \text{o también } T=(2 \times \pi \times \sqrt{R^3})/(r \times \sqrt{G})$$

donde (T) es el tiempo que se emplea en dar la vuelta; (G) es la gravedad media en la superficie del planeta; (R) es la distancia de la órbita al centro del planeta; y (r) es el radio del planeta.

El período de rotación en una órbita elíptica equivale aproximadamente a la de una órbita circular de radio igual al semieje mayor de la elipse trazada.

El satélite, tanto en órbita circular como elíptica, como se puede desprender de lo ya dicho, permanecerá con una energía cinética constante. En el caso de una órbita elíptica el aumento de velocidad en el punto más bajo, o cercano al foco que ocupa el centro planetario, es contrarrestado en proceso inverso en el punto más alejado.

La distancia máxima alcanzada en una órbita se denomina, cuando el satélite gira alrededor de la Tierra, *apogeo*, y en la Luna *apolunio*, en Marte *apoapsis,* y si la órbita es solar *aphelio o afelio*, etc. La distancia mínima se denomina en la órbita alrededor de la Tierra, u órbita terrestre para abreviar, *perigeo*, y en la Luna *perilunio*, en Marte *periapsis,* y si la órbita es solar *perihelio*, etc.

Los puntos de los extremos de los semiejes menores por donde pasa el satélite en la órbita elíptica se denominan nodos. Cuando un satélite pasa por el llamado nodo de ascenso es indicativo de que va en dirección de alejamiento del astro al cual da vueltas. El nodo de descenso es el punto opuesto que se atraviesa en la caída del satélite hacia la distancia mínima.

> SUPERFICIE OBSERVADA POR SATÉLITES DESDE UNA ALTURA

Factor muy importante a considerar en una órbita es la distancia del observador, colocado a una altura determinada, al horizonte, o lo que es lo mismo la distancia máxima que puede alcanzar la vista sobre la superficie del planeta.

Si consideramos al observador en una órbita alrededor de un planeta a una altura (h), a cada momento podrá ver un área de superficie proporcional a esa altura. El observador verá un disco tanto más pequeño cuanto más lejos se halle (mayor altura) pero a la vez observará más superficie que podrá llegar a ser como máximo en la práctica casi la mitad del planeta.

Este círculo sobre cuyo centro se hallará constantemente el observador puede según la posición del astro que lo ilumine ser totalmente visible, totalmente oscuro, o parcialmente ambos. En el recorrido orbital lo que cambia es únicamente el panorama dentro del círculo sobrevolado. El repetido círculo hay que tener presente que se trata en realidad de un casquete o sección de esfera, pero para altura bajas tiene el mismo sentido referirse a un círculo dado el relieve casi plano del casquete captado.

El cálculo de la distancia del observador al horizonte se efectúa partiendo de dos datos conocidos que son el radio del planeta (r) al que se da vueltas y la altura de la órbita sobre el suelo del astro (h).

Los puntos más exteriores o alejados del centro del círculo se hallaran lógicamente sobre el horizonte, es decir sobre el extremo visible más alejado. La línea de distancia máxima al horizonte (D) formará pues con el radio del planeta (r) un ángulo recto desde una altura (h), como puede comprobarse geográficamente.

Trazada la perpendicular del observador al centro del planeta quedará formado un triángulo rectángulo del que conocemos la hipotenusa (r+h) y uno de los dos lados restantes (r); el otro lado es la distancia del observador al horizonte (D). Mediante el teorema de Pitágoras podrá pues hallarse fácilmente (D):

$$D^2 = ((r+h)^2)-r^2 \text{ o sea } \mathbf{D=\sqrt{(h^2)+2 \times r \times h}}$$

De este modo se determina dicha distancia. Inversamente también se puede hallar la altura, conociendo el radio del planeta y la distancia al horizonte.

Asimismo partiendo de los tres datos, de los que en principio solo se precisan conocer dos, se termina la longitud del radio de la superficie que supone la mencionada área de visión. Incluso si se desea puede determinarse el valor de la citada área. El cálculo de ésta se efectúa hallando sencillamente el ángulo que forman los dos radios de la esfera que unen el centro con el punto del horizonte y el punto sobre cuya vertical está el observador o satélite; se halla buscando el seno, coseno o tangente que resultará de dividir dos de los lados del triángulo que serán (D), (R) y (h+r). Dicho ángulo servirá para calcular la longitud del arco que será el radio del casquete o zona que se observa.

Por ejemplo, el radio del área circular, casquete esférico, de la Tierra que observará un astronauta desde 300 Km de altura se hallará considerando que el radio medio terrestre es de 6.368 Km y que la distancia al horizonte es D=1.978; son datos aproximados.

El coseno del ángulo formado en el centro de la esfera, considerado en el plano de esta última que pasa por dicho centro, punto del horizonte y punto de situación del observador, será Cos α = r/(r+h)= 6368/6668= 0,9950 y el ángulo que corresponde a ese coseno es aproximadamente de 16° 45'.

La longitud total de la circunferencia que constituye el horizonte circular será 2xπxr = 2x3,1416x6.368 = 40.011 Km que corresponde a los 360° y por tanto 360°/16° 45' = 21,49 lo que lleva a 40.011/21,49 = 1.862 Km aproximadamente que medirá el radio del círculo visible. Así pues el área será, siempre en aproximación, πx(r^2)= 3,1416x(1.860^2)= 10.868.654 Km^2. Esta cifra puede dar clara idea de la superficie que es capaz de divisar un satélite y en consecuencia de la importancia estratégica del mismo.

He aquí a continuación algunos ejemplos en esquema de las distancias de un satélite al horizonte o borde visible de nuestro planeta, diámetro del círculo visible y tanto por cien de área terrestre total observada, desde diversas alturas; son cifras aproximadas.

Altura.	Distancia al horizonte.	Área observada %.	Diámetro del círculo observado.
300 Km	1.978 Km	11 %	1.862 Km
411 Km	2.312 Km	17 %	2.240 Km
992 Km	3.696 Km	25 %	3.360 Km
1.936 Km	5.360 Km	32 %	4.480 Km
6.400 Km	11.070 Km	43 %	6.720 Km
35.680 Km	41.880 Km	49,5 %	9.280 Km

Queda pues visto que un satélite a casi 36.000 Km de altura "ve" prácticamente la mitad de la superficie terrestre.

Como es obvio, en cualquier caso, los bordes contiguos al horizonte serán observados con una inclinación tanto más pronunciada cuanto más cerca del horizonte puesto que en realidad se estará observando una media esfera sobre cuyo centro de superficie estaremos en vertical. Observando sobre esta zona central la visión siempre resultará más cómoda y clara que si se miran los bordes en el horizonte.

> SEGUNDA VELOCIDAD COSMICA

La segunda velocidad cósmica, también denominada velocidad de escape o parabólica, es aquella que permite a un vehículo espacial escapar totalmente al campo gravitatorio de un cuerpo celeste, sea planeta o satélite natural éste.

Anteriormente se habían mencionado dos clases de posibles curvas trazadas por un cuerpo en el espacio, la órbita circular y la órbita elíptica, o si se desea en resumen, trayectoria orbital, considerada la circular como un caso particular de la elíptica. Con una trayectoria orbital, como es natural, un cuerpo solo puede dar vueltas alrededor de un planeta u astro.

Como queda dicho, si a un ingenio en órbita se le imprime una velocidad superior a la necesaria para su órbita, considerada circular, el mismo ascenderá en la medida del impulso para introducirse en una órbita elíptica. Si nuevamente se le aumenta la velocidad antes de que pase por la distancia máxima y apenas pasar por la mínima, el ingenio aumentará la distancia máxima de la órbita elíptica aun más. Tal operación puede repetirse varias veces, o de un solo golpe prolongado, hasta que llegará un momento en que la distancia máxima de la órbita irá a caer fuera del campo predominante del planeta o astro de que se trate. Entonces el cuerpo se habrá liberado de la atracción del planeta y escapará en una curva parabólica para ya no volver de modo inercial.

Si sencillamente esa velocidad que le permite escapar se le aplica con continuidad y de una sola vez, como en realidad así ocurre, el cuerpo no precisa en verdad dar más de una, o muy pocas en algún caso especial, vueltas orbitales.

El límite de extensión del campo gravitatorio de un planeta en realidad viene impuesto por el efecto que ejerce la proximidad o influencia en tal distancia límite de otro cuerpo que es en el caso de la Tierra el Sol y la Luna, y en otros casos también el Sol así como los posibles satélites naturales correspondientes. En todo caso, en nuestro planeta el campo de gravedad tiene efecto hasta un máximo de 1,8 millones de Km. A partir de aquí la gravedad solar se impone por lo cual nunca se puede situar satélites terrestres a semejante distancia.

Al igual que la velocidad orbital la de fuga depende solo de la magnitud gravitatoria del planeta y la distancia a que se halla el ingenio del centro de gravedad del planeta al cual se pretende abandonar definitivamente.

La velocidad orbital mínima para la Tierra es de unos 7.794 m/seg, o también 7,79 Km/seg, o 28.060 Km/hora, para una altura mínimamente tolerable de 180 Km. Si la velocidad orbital por encima de esa altura se sitúa entre los 7,79 y 11,18 Km/seg., que son un máximo de unos 40.000 Km/hora, el satélite tendrá una órbita cuya distancia será tanto mayor cuanto más se acerque a los 11,18 Km/seg. Pero si alcanza esta última velocidad o la supera el cuerpo dejará de llamarse satélite porque al escapar del campo de gravedad terrestre ya no dará más vueltas al planeta.

Es entonces cuando se menciona la llamada trayectoria parabólica. Aquí ya no se puede hablar de órbita dado que en realidad el cuerpo no gira alrededor del planeta sino que como se decía habrá escapado definitivamente y la curva trazada no será una elipse sino una parábola. Puede ocurrir, eso sí, que una vez abandonado el campo de gravedad primario el ingenio se vea atrapado en otra órbita de otro cuerpo celeste, considerándose entonces que la trayectoria parabólica lo insertó en una órbita exterior.

La determinación matemática de la segunda velocidad cósmica se realiza partiendo de la fórmula del movimiento uniformemente acelerado, considerando como en anteriores ocasiones que la aceleración (a) es aquí llamada (g) por ser debida a la gravedad:
R=(1/2)xgx(t^2) Si en esta expresión se incluye el valor de (t) obtenido de la fórmula de la velocidad V=gxt, o sea, t=V/g quedará que R=(1/2)xgx(V^2)/(g^2) o también R=(V^2)/(2xg). Despejando aquí la velocidad quedará que ésta será pues, llamándola ahora (V2) en vez de (V) por tratarse de la segunda velocidad cósmica, y a (R) lo llamamos (r),

$$\boxed{V_2=\sqrt{2 \times g \times r}}$$

donde (V2) es la repetida segunda velocidad cósmica; (g) la aceleración debida a la gravedad; y (r) el radio del planeta. Como se puede observar, la expresión se puede convertir si pensamos que es lo mismo a raíz de dos por raíz de ($g \times r$) y que esta última es en realidad la velocidad teórica orbital (Vo) anteriormente vista.

Por tanto puede decirse que

$$\boxed{V2=Vo \times \sqrt{2}}$$

o sea la segunda velocidad cósmica es igual a la velocidad orbital por raíz de dos.

Para escapar del campo de gravedad terrestre la velocidad es, según el cálculo de la fórmula anterior,

$V2=\sqrt{2x9{,}81x6.368.000}$ =11.177,66 m/seg =11,177 Km/seg o de otro modo igual a 40.239,58 Km/hora.

En este caso se entiende que el cuerpo que ha de escapar parte de la superficie de la Tierra, es decir del reposo. Si la partida tiene efecto desde una altura determinada tal velocidad no precisará ser tan grande; es decir, la velocidad necesaria para escapar está en proporción indirecta o inversa a la altura, puesto que la gravedad será inferior cuanta más alta se considere la partida. Mejor aun, si el cuerpo ya se halla en órbita solo necesita adquirir una velocidad complementaria que sumada a la orbital alcance la de escape apuntada. Cuando la órbita en que se encuentra el cuerpo que ha de partir tiene un gran apogeo, esa velocidad supletoria, precisa para la fuga, convenientemente aplicada, sería mucho menor en razón al alejamiento.

Esta velocidad pues está directamente determinada también por el valor del campo de gravedad. Así, por ejemplo, la segunda velocidad cósmica será mucho mayor si se trata de fugarse del campo de Júpiter que del de la Tierra por poseer aquél mucha más masa que nuestro planeta.

He aquí algunos ejemplos de velocidades de escape precisas para algunos cuerpos celestes:

Para la Luna es de 2,48 Km/seg; para Marte casi 5 Km/seg; para el gigantesco Júpiter 60 Km/seg; para Saturno 36,7; para Venus 10,4; para Urano 22; para Neptuno unos 24; etc.

El cálculo de la velocidad necesaria para la fuga en un disparo desde una altura determinada lo hallamos partiendo de la fórmula de la energía necesaria (Eg) que es Eg=mxgx((r^2)/R) y que será igual a mx(V^2)x1/2. La velocidad será pues, llamando a (V) ahora (V2')

$$\boxed{V2' = \sqrt{2_x g_x (r\char94 2)/R}}$$

donde (V2') es la velocidad de escape de un cuerpo a una distancia (R) del centro del planeta de radio (r) y de un valor de aceleración de la gravedad en la superficie (g).

Aquí, en esta fórmula, se puede ver claramente que cuanto mayor sea la altura o distancia al planeta, y menor el radio del mismo y gravedad, tanto menor será la velocidad necesaria para el escape del campo gravitatorio del astro de que se trate.

> <u>TERCERA VELOCIDAD COSMICA</u>

La tercera velocidad cósmica (V3) es aquella por la cual un cuerpo dotado escapa del campo de gravedad de sistema solar.

Como es natural esta velocidad es mucho mayor que las anteriores citadas. El cuerpo disparado a la tercera velocidad traza una trayectoria que se denomina hiperbólica, pues tal es la curva descrita; en la primera velocidad recordamos que era la elipse y en la segunda la parábola.

Naturalmente un cuerpo que parte del planeta Plutón, el más alejado de todos, en dirección opuesta al Sol, no precisará adquirir tanta velocidad para huir del sistema solar como si partiera de la Tierra por las razones ya apuntadas en la ley de gravitación.

La velocidad de escape del Sol está cifrada en unos 620 Km/seg pero en el supuesto de que el cuerpo parta de la Tierra, la velocidad sería de solo 18 Km/seg, cerca de 65.000 Km/hora, aunque en realidad se puede efectuar la huida con ayuda de la aceleración de algún campo de gravedad de un planeta exterior.

> <u>TRABAJO Y VELOCIDAD DE PUESTA EN ORBITA</u>

Se ha podido comprobar teóricamente que la velocidad orbital a una altura mínima en la Tierra, por encima de los 200 Km de altura que es donde finaliza la atmósfera apreciable, es de 7.783 m/seg. La velocidad orbital de un satélite a 1.000 Km de altura por ejemplo es ya de 7.348 m/seg. En el segundo caso la velocidad es menor y ya se ha visto porqué anteriormente. En ambos casos se supone que la trayectoria es circular pero el ejemplo fundamentalmente es válido también para las órbitas elípticas.

Si en los 1.000 Km de altura al cuerpo satelizado se le comunidad una velocidad superior a los 7.348 m/seg, el mismo ascenderá en la medida de dicha velocidad y se situará con una distancia máxima de magnitud superior.

Ahora bien, no basta con saber que la velocidad del satélite es tanta o cuanta. Se precisa conocer otro factor: el trabajo total que se debe realizar para lograr colocar en la velocidad y altura necesarias al satélite.

Este trabajo será el equivalente para alcanzar, no la velocidad a que deba girar sino otro mayor en razón directa a la distancia de la órbita a la superficie. Esta velocidad será la máxima que alcance el objeto antes de su llegada a la órbita precisa. Tal circunstancia es apreciable en órbitas de gran distancia máxima.

En el trayecto desde la superficie a la órbita que recorre el cuerpo no puede éste alcanzar instantáneamente una velocidad que le permita llegar a la altura necesaria sino que parte del reposo y esa velocidad va aumentando progresivamente, en aceleración que siempre ha de superar a la de la gravedad, hasta que al cesar el funcionamiento consigue una velocidad máxima al mismo tiempo que comienza a inscribirse en una órbita determinada que por supuesto estará en correspondencia con el impulso logrado.

Si la velocidad máxima que adquiere el cuerpo la alcanza a una altura que es la misma de satelización puede ocurrir que esa velocidad tope del cuerpo sea mayor, menor o igual a la de la órbita para esa altura. Siendo menor, el cuerpo vuelve a caer hacia la Tierra u otra órbita más baja yendo a parar a una distancia del punto de partida que está en proporción directa a esa velocidad alcanzada para el caso de un retorno a Tierra. Si la velocidad es igual a la orbital, teóricamente el cuerpo quedará satelizado a esa altura. Cuando la velocidad máxima es mayor que la orbital para el punto donde la alcanza, el cuerpo ascenderá por encima de esa altura, a mayor distancia cuanto mayor sea la repetida velocidad. Sin embargo, la velocidad es máxima en ese punto, lo cual indica que a partir de ahí cuanto más ascienda más disminuirá dicha velocidad al ser el cuerpo frenado por el campo de gravedad y terminará cayendo en una órbita que conjugue la distancia adquirida sobre la indicada mínima altura y la velocidad orbital para esa distancia; se entiende en el supuesto de que el ingenio que obtiene la máxima velocidad deje de actuar al lograr ésta. Por tanto, el cuerpo se hallará ahora a mayor altura y con menor velocidad.

En resumen, se ha podido apreciar que la velocidad máxima alcanzada por un cuerpo que ha sido colocado en órbita a una altura determinada es mayor que la lograda por otro satelizado en una órbita de menor altura.

De todo ello se desprende que para situar a un cuerpo en rotación alrededor de un planeta u otro cuerpo celeste, se precisa alcanzar mayor velocidad, o dicho de otro modo un mayor esfuerzo constante, cuanto mayor sea la altura a donde se le desea llevar.

En otras palabras, la altura alcanzada está en función de la velocidad máxima, o también que la velocidad máxima alcanzada por un cuerpo impulsado desde la superficie del planeta determina la altura que alcanza, siendo la velocidad final o velocidad orbital constante tanto menor cuanto mayor sea la altura.

Para dar una idea de esta disminución señalemos que una velocidad orbital (V) correspondiente a una altura (h) encuentra la mitad de su valor (V/2) en una altura que es cuatro veces superior (4xh). Ello significa también que el tiempo en recorrer la órbita más alta queda aumentado 8 veces.

Siendo la velocidad máxima (Vm) la señalada para la realización del trabajo preciso para alcanzar la velocidad orbital (V1) a una altura (h1) y la velocidad orbital (V2) a una altura (h2) mayor que (h1), las relaciones que ligan los factores son $h1<h2$ y $V2<V1<Vm$.

Por tanto, volviendo a lo citado al principio, para que el cuerpo alcance los 1.000 Km de altura por ejemplo, y se satelice allí con una velocidad de 7.348 m/seg en órbita circular, ha de superar primero la velocidad de 7.783 m/seg necesaria para orbitar a 200 Km de altura.

El trabajo necesario para llevar un cuerpo de determinada masa a una altura fijada está en proporción directa a la masa y a la velocidad máxima mencionada. La masa del cuerpo se determina en las relaciones de la parte del artilugio impulsor y lo que ha de ser el satélite.

La cantidad de trabajo precisa para llevar un cuerpo a una altura (h) sobre la superficie terrestre para su satelización se halla partiendo de las relaciones dadas del trabajo y aceleración de la gravedad:

$$\boxed{Wp=ms\times\int_{0}^{h} g\times d\times h}$$

donde (Wp) es el trabajo; (ms) la masa del satélite en Kg; (g) la aceleración debida a la gravedad; y (h) la altura a la que se lleva la (ms) sobre una distancia al centro del planeta (d).

g=Gx(r/(r+h))^2 donde (g) es la aceleración debida a la gravedad a una altura (h); (G) es la aceleración gravitatoria a nivel de superficie (altura cero);y (r) es el radio del planeta. Considérese que r+h=R, que G=9,81 m/seg, y que r=6.368 Km. Llevando el valor (g) de la segunda fórmula a la primera, queda que

$$
W_p = m_s \times \int_0^h G \times \left(\left(\frac{r}{r+h}\right)^2\right) \times d \times h = m_s \times G \times (r^2) \times \int_0^h \frac{d \times h}{R^2}
$$

e igual a msxGxrx(h/R)=msx(h/R)x0,625x10^8 Julios.

Por tanto **Wp=((msxh)/R)x0,625x10^8 Julios.**

El trabajo será igual a la energía cinética que deberá poseer el satélite a la altura (h). Así pues si Wp=msxGxrx(h/R)=(1/2)xmsxVi^2, de donde (Vi), la velocidad inicial de disparo será en m/seg

$$
V_i = 1{,}12 \times (10^4) \times \sqrt{h/R}
$$

La segunda velocidad cósmica sería aquí considerando la altura infinita (h=∞) V2=1,12x(10^4) m/seg.

Sabiendo que la velocidad media orbital elíptica de un satélite viene determinada por

$V = r \times \sqrt{G \times ((2/R)-(1/a))}$ y que

$W_k = (1/2) \times m_s \times V^2 = m_s \times G \times (r^2) \times ((1/R)-(1/(2 \times a)))$ resultará que la energía total del satélite en una órbita de altura (h) será

$$
W_t = W_p + W_k = (m_s \times G \times (r^2) \times (h/R)) + (m_s \times G \times (r^2) \times ((1/R)-(1/(2 \times a)))
$$

$$
W_t = m_s \times G \times r \times (1-(r/(2 \times a)))
$$

donde (Wt) es la energía total; (ms) la masa del satélite; (G) la aceleración gravitatoria; (r) el radio terrestre; y (a) el semieje mayor de la elipse trazada.

Anteriormente se había indicado que la velocidad máxima determina la altura y la velocidad orbital final. He aquí pues algunos ejemplos, previa consideración de que en cualquier caso la velocidad mínima a lograr para el satélite que más bajo se desee situar es algo más de 7.620 m/seg.

Para que un satélite orbite a 200 Km de altura a 7.783 m/seg es preciso lograr primero normalmente una velocidad de 8.031 m/seg; o mejor dicho el esfuerzo continuado equivalente en aproximación. En tal órbita el satélite recorrerá una vuelta completa cada 1 h. 28 min. 22 seg y cubrirá un total de 41.267.961 metros en cada vuelta; se considera un radio medio de la Tierra de 6.368 Km.

Para un satélite que gire a 300 Km a 7.724 m/seg de velocidad orbital, será necesario alcanzar una velocidad máxima de 8.088 m/seg que como puede observarse es mayor que la del caso anterior. Este satélite cubrirá una órbita completa cada 1 h. 30 min. 24 seg y hará un recorrido total de 41.896.280 metros.

Si se desea satelizar al cuerpo a 1.000 Km a la velocidad correspondiente de 7.348 m/seg la velocidad a conseguir precisa ser de 8.431 m/seg. El satélite entonces dará una vuelta completa cada 1 h. 45 min y recorrerá 46.294.509 metros.

A 4.000 Km de altura a una velocidad de 6.195 m/seg le corresponde alcanzar una velocidad máxima de 9.312 m/seg.

Si finalmente la velocidad máxima es de 11.190 m/seg el cuerpo alcanzará una altura tan grande que se habrá liberado prácticamente del campo gravitatorio de la Tierra y entonces se dirá que ha obtenido la velocidad de escape.

De todo ello se deduce que se precisa más trabajo , lo que equivale a decir potencia, propulsante y costo, cuanto más alto se desee colocar un cuerpo en órbita, lo que resulta tan elemental que no merece mayor comentario.

Cuando el futuro satélite alcanza una altura determinada en razón a esa velocidad máxima, si no posee la velocidad necesaria de satelización para dicha altura quedará en una órbita elíptica cuyo apogeo será el punto de la citada altura.

Generalmente los satélites que suelen girar en órbitas elípticas de gran apogeo resultan más económicos pues no es preciso dotarlos de más velocidad, necesaria para el caso de la satelización en órbita circular de altura igual al apogeo.

Las órbitas circulares en realidad ningún satélite las posee, si nos atenemos al exacto y matemático trazado de la circunferencia, siendo entonces pues la curva descrita una órbita elíptica más o menos acusada.

En el procedimiento para el caso real hay que considerar los factores de mínima y máxima distancia al foco de la elipse trazada.

Cuando se trata de cuerpo sideral distinto a la Tierra, la velocidad y las alturas están en función de las características gravitatorias del astro que sea, pero esencialmente el procedimiento y las relaciones entre las magnitudes son idénticos.

Se decía antes que la altura mínima de satelización en la Tierra se sitúa a unos 180 Km, pero en realidad un satélite a esa altura no permanece en órbita eternamente, ni siquiera después de dar algunas vueltas, pues a pesar del práctico vacío circundante existen moléculas atmosféricas que si bien muy dispersas ejercen lenta pero constantemente un efecto de frenado que conlleva una pérdida de altura o de otro modo que lo coloca constantemente en una órbita de menor altura en las que paradójicamente el satélite tiende a aumentar de velocidad por un lado y frena más por la mayor densidad molecular del medio, por razones ya vistas. Este efecto depende por otra parte de la configuración o envergadura física de la masa del satélite, pues un ingenio que gire ofreciendo velas al viento, por así decir, frenará más rápidamente que otro de forma aerodinámica.

Un satélite a 200 Km de altura tiene una vida, o permanencia en órbita desde su situación en la misma hasta su desintegración por fricción o rozamiento aerodinámico, de un par de semanas aproximadamente.

Con 500 Km de altura la vida es de varios años y con 1.000 Km dará vueltas por espacio de siglos. Siempre en el supuesto de órbitas circulares pues para las elípticas hay que considerar siempre el perigeo principalmente.

El efecto de rozamiento determina pues la progresiva disminución de altitud que será cada vez mayor, o sea que perderá altura, al ser también mayor el frenado por hallarse en una atmósfera de mayor concentración molecular cuanto menor sea la altura. El satélite pues acabará cayendo en la alta atmósfera con una gran velocidad lo que le ocasionará la desintegración por la fricción aerodinámica.

Lo que más nos interesa precisamente es procurar la mayor permanencia posible del cuerpo en órbita por lo que siempre se pretende situarlo lo más alto posible. Si bien es cierto que es más costoso llevar un satélite a una órbita circular de 300 Km por ejemplo que situarlo en una órbita elíptica de 300 Km de apogeo, es conveniente que el perigeo sea bastante elevado; para mayor altura la velocidad de rotación es menor que otra de órbita inferior pero como ya vimos llevar el cuerpo a esa altura superior requiere mayor impulso.

Para un satélite al caer en una órbita de menor altura, como ya se decía, significa un aumento de velocidad en su masa. Ahora bien, cuando penetra en la atmósfera se produce también un frenado debido al roce citado aerodinámico. Por tanto la circunstancia anterior deja de ser válida al caer el satélite en una atmósfera.

La velocidad de caída de un cuerpo en una órbita de altura inferior viene dada por la fórmula

$$\boxed{V=\sqrt{2 \times g \times h}}$$

donde (V) es la velocidad, (g) el valor de la aceleración debida a la gravedad y (h) la altura que recorre en caída.

Cuando la altura disminuye en un 2 por cien, la longitud de la órbita también lo hace en un 2 por cien. El periodo en que lo recorre disminuye algo más, un 3 por cien, lo cual significa un aumento de la velocidad que se cifra pues en una crecida de un 1 por cien.

Ocurre también en la satelización que cuando se impulsa a un cuerpo hacia el espacio las aceleraciones previstas teóricamente sufren variaciones no muy notables pero si dignas de tener presentes. Debido a tal circunstancia los cálculos exigidos a tal efecto se complican mucho. Al principio estas oscilaciones tenían normalmente un valor superior al teórico llegando dichas aceleraciones superfluas a ser un 10 por cien como máximo del teórico. No obstante, actualmente el valor es prácticamente despreciable puesto que el cuerpo a satelizar dispone de perfectos sistemas de control que lo estabilizan.

Por último, es preciso señalar la inconstancia de la altura registrada durante los trayectos orbitales sobre la superficie del planeta debido a los llamados baches gravitatorios. A veces, en determinados astros ocurre que el satélite sobrevuela regiones cuya composición geológica señala, generalmente en el subsuelo, materiales muy pesados o concentraciones de masa, llamadas mascons, que en razón a la ley de atracción de masas ejercen su influencia gravitatoria sobre el satélite provocando en el recorrido del mismo pequeñas aceleraciones o deceleraciones sobre la velocidad normal. Estas variaciones dependen pues de la magnitud de los mascons. Las oscilaciones sobre la trayectoria ideal suelen ser de solo unas decenas de metros pero que pueden llegar a ser en varios cientos y más. De hecho, los baches gravitatorios ocurren en la Tierra y la Luna y también, ya con otra mayor o menor alcance, en otros cuerpos siderales.

La trayectoria orbital también puede verse afectada en el caso de un satélite terrestre al hallarse éste en determinada posición con la Tierra y la Luna. No obstante, esta influencia es muy pequeña y por tanto despreciable.

> LA MICROGRAVEDAD Y LAS ACELERACIONES.

La microgravedad, también denominada gravedad cero, y peor llamada tantas veces ingravidez, es un factor importantísimo mas por sus consecuencias que por su importancia física. Es la ausencia por equilibrio de la gravedad puesto que la ausencia total de gravedad, que si sería entonces ingravidez, es irreal ya que siempre estaremos bajo la influencia del cuerpo celeste más cercano. De otro modo la definimos como la falta de peso y equivale al estado en que se hallaría un cuerpo en un espacio no afectado por la atracción de ningún otro cuerpo del Universo.

El Sol ejerce su influencia gravitatoria sobre los planetas, extendiéndose prácticamente dicha influencia hasta un punto desconocido por encima de la órbita de Plutón. A su vez los planetas ejercen su influencia sobre los satélites e incluso en el propio Sol pero puesto que la masa de éste es muchísimo mayor el influjo no es apreciable.

El campo gravitatorio de cualquier cuerpo se extiende en teoría hasta el infinito pero en realidad finaliza allí donde otro campo se le superpone por ser mayor en el lugar.

La gravedad cero, en realidad la microgravedad, puede ser por tanto encontrada por un cuerpo que se sitúe en la línea divisoria de dos campos de gravedad, por ejemplo de la Tierra y la Luna. Además, alrededor de esos puntos divisorios la gravedad será muy débil dada la distancia del cuerpo celeste que la crea. Sin embargo, un cuerpo colocado en la mencionada línea divisoria acabaría tarde o temprano cayendo hacia uno de los dos astros.

Cuando un cuerpo escapa al campo de gravedad terrestre o cae en el campo correspondiente de la Luna o, en su defecto, en el campo del Sol. Por tanto, pudiera pensarse en principio que para encontrar a un cuerpo en estado de gravedad cero habría que salir del sistema solar, pero tampoco fuera del mismo se hallaría tal estado puesto que nos encontraríamos en el campo de otra estrella. Puede pensarse asimismo en situarse como se decía antes en la confluencia de dos campos, no solo porque allí se equilibran las magnitudes gravitatorias sino porque además éstas son, por la distancia a los cuerpos que las originan, muy débiles. Sin embargo, no es así y no hace falta viajar a tales lugares para hallar la gravedad cero.

La gravedad cero más o menos prolongada puede ser producida en Tierra y en el espacio cuando el cuerpo está satelizado; requisito éste último indispensable para la observancia continuada del fenómeno.

Para que el cuerpo esté bajo gravedad cero basta con que la aceleración de la gravedad que lo atrae sea contrarrestada con otra equivalente y opuesta, como en efecto lo puede ser la de la Luna en la confluencia de los campos terrestre y lunar, o como en realidad se efectúa, dotando al cuerpo de una aceleración centrífuga, igual y opuesta a la centrípeta debida a la gravedad que creará una aparente ingravidez o artificial gravedad cero.

En Tierra esto puede lograrse durante unos 30 o 40 segundos en un avión cuando describe una trayectoria parabólica o cuando involuntariamente, en menor medida, se introduce en los llamados baches aéreos. También un paracaidista puede experimentar la gravedad cero al realizar la caída antes de abrir el paracaídas. Pero donde la ausencia de peso tiene lugar más prolongadamente es en el espacio siempre y cuando el cuerpo se halle en órbita en cuyo caso ocurre lo que antes se decía, que la fuerza centrífuga del satélite contrarresta la aceleración debida a la gravedad y por tanto determina el vector resultante inercial o trayectoria orbital que hace mantener el cuerpo girando sin necesidad de nuevos impulsos y equivale a una constante caída.

Si el cuerpo después de estar en órbita es impulsado de nuevo hacia arriba o abajo, la gravedad vuelve a dejarse sentir en la medida del cambio operado. Inversamente si un objeto colocado dentro de un cuerpo en gravedad cero se desea situar en estado de gravedad basta con dotar al cuerpo de un movimiento de rotación sobre cualquier eje que pase por su centro de gravedad lo que ocasiona por efecto centrífugo algo de gravedad en proporción directa a la velocidad de rotación.

El extremo opuesto a la gravedad cero son las aceleraciones superiores a la gravedad uno. Este efecto de sobreaceleración se deja sentir muy débilmente en un ascensor de rápida arrancada cuando por un instante se puede apreciar una ligera sensación equivalente a una aceleración. El mismo efecto se observa en automóviles, trenes, etc, cuando inician la marcha o aceleran destacadamente. Del mismo modo, al frenar, cualquiera de los artilugios mencionados, producen una deceleración que impulsa al ocupante en el sentido de la marcha, contrariamente a la arrancada que deja al ocupante pegado al respaldo.

Puesto que los vehículos utilizados para llevar cuerpos al espacio, los cohetes, al funcionar no mantienen una velocidad constante sino una aceleración prolongada por espacio de varios minutos, el valor de la aceleración llega a ser de varios (g), es decir, de varias veces superior a la de la gravedad.

En consecuencia, un cuerpo que viaja en el vehículo mencionado adquirirá en los momentos precisos un peso exactamente tantas veces más grande que el normal como el número de (g) alcanzadas.

A la aceleración de 9,81 m/seg^2, se decía que se la denomina 1 g. Si se dice mxg la aceleración será (m) veces 9,81 m/seg^2. Así, por ejemplo, una persona que viaja en un móvil que alcanza 2xg se verá sometida a una aceleración de 19,62 m/seg^2 y ello significa que en el momento preciso el peso de la persona es el doble de lo normal.

Las aceleraciones también pueden ser creadas artificialmente en Tierra en potentes centrifugadoras.

Está determinada, la aceleración, por la velocidad y el tiempo; la fórmula es g=V/t, donde (g) es la aceleración debida la gravedad, (V) la velocidad que alcanzase y (t) el tiempo empleado en alcanzar esa velocidad. Mediante esta expresión se pueden determinar los (g) que adquiere un cuerpo en un cohete lanzado. Naturalmente esta aceleración es distinta si el cohete es disparado en la Luna, Marte, etc. El valor de la aceleración de los cohetes en estos casos estará en relación con el campo de gravedad en cada uno de estos cuerpos siderales. Ahora bien, normalmente los 9,81 m/seg^2 se toman como medida base para nosotros ya que es la normal de nuestro planeta y a la que estamos habituados.

En razón a ello, cuando por ejemplo se halla un hombre en la Luna se dice que para él la aceleración es de g/6 porque el valor de la gravedad allí es solo 1/6 de la terrestre. En cambio, ese valor sería normal allá de 1 g para un supuesto selenita que allí tuviera su origen.

Las aceleraciones también son un factor que afecta la estructura de las naves y las que deben estar pues construidas con materiales resistentes a la vez que ligeros y diseñadas de modo que las estructuras estén convenientemente dispuestas, repartidas y soporten el peso normal y las aceleraciones sin que ningún aparato o sistema se vea por ello afectado.

Tanto la gravedad cero como las aceleraciones se dejan sentir por igual en todo el cuerpo, o si es una nave no solo en ésta sino en todo cuanto contenga, personas, aparatos, etc, así como en cada una de las moléculas de estos cuerpos.

> EFECTOS EN LA REENTRADA. FRENADO AERODINAMICO.

Un cuerpo después de permanecer un tiempo en órbita terrestre o sencillamente fuera de la Tierra puede efectuar el retorno penetrando en la atmósfera ya sea porque en un momento determinado actuó una fuerza premeditada sobre él o debido al constante frenado que la alta atmósfera ejerce. En todo caso, ello se traduce en una pérdida de altura que precipita al satélite en las altas capas atmosféricas.

El satélite en órbita al girar a una velocidad aproximada de unos 8000 m/seg posee una energía cinética determinada. Esta energía al descender el cuerpo y ser frenado por la atmósfera se irá traduciendo en calor que es contabilizado con la unidad de medida de consumo eléctrico que es el kW/hora. Aproximadamente, la energía cinética de un satélite por cada Kg de peso es de un equivalente a 8 kW/hora.

En el choque aerodinámico que se produce a la reentrada del satélite la energía de éste pues se ha de transformar en un aumento de la temperatura que puede llegar a quemar totalmente al cuerpo; se dice que se desintegra. Esto último es lo que en realidad le ocurre a la mayoría de los meteoritos.

La penetración del cuerpo a gran velocidad produce un choque con las moléculas gaseosas de la atmósfera que al rozar con las del cuerpo producen un calentamiento de ambas. El efecto es especialmente notable por debajo de los 100 Km de altura, sobre todo de los 80 Km. Si el cuerpo que efectúa la penetración se desea recuperar en su mayor parte, además de precisar entrar en la atmósfera en determinadas condiciones de ángulo y velocidad, se ha de impedir que las fricciones lo desintegren total o parcialmente. Evitarlo totalmente no es posible a menos que se utilicen costosísimos y enormes retrocohetes en los que no podemos pensar aun.

El problema que se plantea pues es evitar que el cuerpo en la reentrada al convertir la energía cinética en calor absorba a éste en una cantidad que lo queme total o prácticamente en su totalidad.

Puesto que el cuerpo transforma en calor, en operación de frenado aerodinámico, hasta un 90 por cien de la energía cinética que poseía, precisa de un sistema que le permita la no absorción del mencionado calor.

El calentamiento causado en la fricción, o más exactamente por el trabajo del aire en el acompañamiento al vehículo en su desplazamiento, de las paredes del cuerpo y de las capas de aire que arrastra se denomina calentamiento aerodinámico. Es como se dice, en realidad, el trabajo que el aire efectúa en ese choque y desplazamiento o arrastre a que le obliga el cuerpo, lo que produce un incremento de la temperatura.

La velocidad de ese aire que arrastra el cuerpo es variable. Se entiende como más afectadas las capas de aire inmediatamente cercanas al cuerpo pues la penetración produce un movimiento de cada vez menor notoriedad cuanto más lejos del cuerpo en el aire circundante.

En cuanto a la presión, ésta aumenta por detrás de la onda de choque en razón a la velocidad del cuerpo. Esta onda de impacto depende del área o forma geométrica de exposición del cuerpo que colisiona y no exclusivamente de su velocidad.

El incremento de la temperatura del aire (ΔT) resultará de la nivelación entre la energía cinética, cuya expresión matemática es $(M \times V^2)/2$ donde (M) es la masa y (V) la velocidad, y el aumento de la energía calorífica del aire $M \times \Delta T \times C_{esp}$ donde (M) es la masa, (ΔT) el aumento de temperatura y (C_{esp}) el calor específico; el calor específico (C_{esp}) del aire es la cantidad de calor precisa para elevar en 1°C la temperatura de 1 gramo de aire a presión constante.

Así pues $(M \times V^2)/2 = M \times \Delta T \times C_{esp}$ de donde $\Delta T = (M \times V^2)/(2 \times M \times C_{esp})$ y por tanto resultará

$\mathbf{\Delta T = (V^2)/(2 \times C_{esp})}$ que nos dice que el aumento de temperatura es directamente proporcional a la velocidad en Km/h y de aquí que cuanto mayor sea ésta más peligro corre el cuerpo de quemarse.

De todo ello resulta que un cuerpo que entrara en la atmósfera a una velocidad de unos 28.000 Km/h (la orbital) aumentaría su temperatura en más de 30.000 °C como dato aproximado.

Este cálculo básico mostrado aquí muy someramente es en la realidad mucho más complicado porque además entran en juego más factores que aunque de menor importancia son precisos para el exacto cálculo.

Otros factores influyentes en la penetración atmosférica situados en un segundo plano y por tanto de carácter poco importante son la conducta térmica y la viscosidad del aire (desplazamiento o rozamiento entre las capas o láminas de aire al ser arrastradas por el cuerpo). Son determinadas en el llamado número de Prandtl (R) cuya expresión es

$$R = (\eta \times C_{esp})/K$$

donde la letra grieta eta (η) es la viscosidad y (K) la conductividad.

Para los gases perfectos el valor (R) es la unidad. Para el aire es menor, de 0,71 a los 0 °C aproximadamente, y más pequeño aun cuanto mayor sea la temperatura del gas.

El calentamiento del aire es debido solo a una parte del calor generado en el choque y el resto es el que absorbe el cuerpo. El tanto por cien para cada cual no es del 50 por cien sino de proporción variable.

Así pues, en resumen, el aumento de temperatura en el cuerpo que penetra en el aire con una velocidad determinada que provoca el movimiento del aire que lo rodea, que a su vez tendrá otra velocidad en relación al cuerpo, está determinado por el área de superficie que el cuerpo expone al choque, por esa velocidad de penetración del cuerpo, así como la del aire y por la temperatura ambiente. La temperatura que se alcanza en el frenado si la entrada no es controlada asciende a varias decenas de miles de grados que queman o desintegran totalmente cualquier materia o elemento.

El control de la reentrada de un cuerpo consiste en permitir que no se queme más que una mínima y previsible parte mediante el empleo de determinadas técnicas o como se decía antes usando unos sistemas que permitan la no absorción del calor en un tanto por cien determinado. Los sistemas son varios y de ellos depende que un satélite, considerando ya no un cuerpo cualquiera sino un ingenio tripulado o no, pueda ser recuperado con un mínimo deterioro que asegure la inviolabilidad del contenido. Principalmente los sistemas que en otra parte se verán se concretan en una combinación de escudo o escudos protectores y un ángulo de entrada en la atmósfera.

> NUMERO MACH.

Para finalizar el subcapítulo cabe añadir algo acerca de la velocidad del sonido que aunque solo pudiera tener consideración en las fases que preceden en realidad al vuelo espacial propiamente dicho, como es en el lanzamiento de una astronave, o en el retorno, es decir, cuando se atraviesa una atmósfera, en realidad tal número no es más que una cota dada como básica o estándar para dar idea de una magnitud de velocidad.

Puesto que el sonido, gama de ondas o vibraciones perceptibles por el oído humano, solo se propaga entre materia y a partir de determina densidad de la misma, decimos que en la astronáutica aun cuando a veces se señala la velocidad de un cohete como el llamado número Mach no tiene aquí prácticamente aplicación pues en realidad su campo es el de la aeronáutica y en todo caso tiene interés en cuestión de misiles y determinación de perfiles de ojivas de astronaves y estructuras aerodinámicas.

El número Mach, así denominado en honor al científico austriaco Ernest Mach (1838-1916) que de esta materia se ocupó, es la relación entre la velocidad de un cuerpo respecto al gas que lo envuelve y la velocidad del sonido en dicha atmósfera, o sea

$$\frac{\text{VELOCIDAD DEL CUERPO}}{\text{VELOCIDAD DEL SONIDO}}$$

Así pues se dice que Mach 1 es la velocidad del sonido. La velocidad de un móvil para Mach menor de 1 se denomina velocidad subsónica y para March mayor de 1 velocidad supersónica. Para más de Mach 5 se dice que es velocidad hipersónica.

Esta relación de la velocidad del vehículo y la del sonido en la atmósfera es variable con la altura o más exactamente con la densidad de los gases que componen la atmósfera.

Dependiendo en realidad la cifra exacta de la temperatura del aire, y su densidad por ende, a nivel de mar es la velocidad del sonido (Mach 1) de 1.198,8 Km/h, con una temperatura supuesta de 20 °C. Si se dice que un avión alcanza Mach 2 entonces se supone que es el doble, es decir, 2.400 Km/h; Mach 3 serían 3.600 Km/h, etc. Pero si el móvil, un avión-reactor por ejemplo, vuela a unos 11 o 12 Km de altura la velocidad de Mach 1, debido a que no es tan densa a esa altura la atmósfera, no será de 1.200 Km/h sino de 1.066 Km/h, siendo entonces la temperatura del aire de unos supuestos 50 °C bajo cero.

Hasta Mach 1 la velocidad de considera subsónica. De 1 a 5 Mach se dice que es supersónica. Y a partir de 5 Mach se la llama hipersónica.

En definitiva, la velocidad del sonido es proporcional a la raíz cuadrada de la temperatura absoluta atmosférica y por tanto de la densidad de la misma.